ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 17.02.2024

1. Изучите новый материал по презентации
2. Сделайте конспект в рабочую тетрадь

1. Новый материал (конспект в тетрадь)

Тема: «Пирамида. Правильная и усеченная пирамида. Сечения пирамиды»

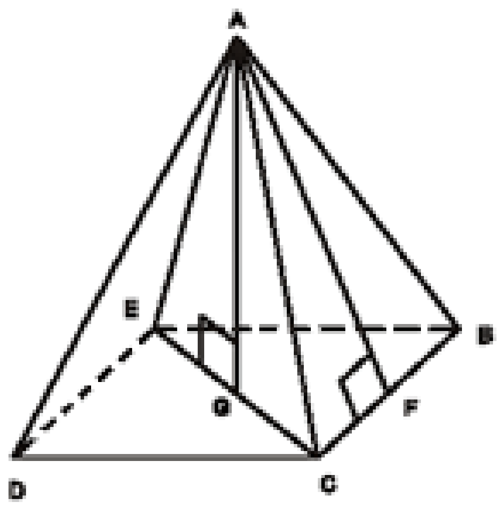
1. Историческая справка

Термин «пирамида» заимствован из греческого «пирамис» или «пирамидос». Греки в свою очередь позаимствовали это слово из египетского языка. В папирусе Ахмеса встречается слово «пирамис» в смысле ребра правильной пирамиды. Другие считают, что термин берет свое начало от формы хлебцев в Древней Греции («пирос» - рожь). В связи с тем, что форма пламени напоминает образ пирамиды, некоторые ученые считали, что термин происходит от греческого слова «пир» - огонь.

2. Пирамида

Пирамида – многогранник, который состоит из плоского многоугольника - основания пирамиды, точки, не лежащей в плоскости основания - вершины пирамиды и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания.

Элементы пирамиды



A- вершина пирамиды;
AB, AC, AD, AE- ребра пирамиды;
ADE, AEB, ABC, ACD- боковые грани пирамиды;
BCDE- основание пирамиды;
AO- высота;
AF- апофема;
AEC-диагональное сечение.

Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется **апофемой**.

Пирамида называется **правильной**, если её основанием является правильный многоугольник, а вершина проецируется в центр основания.

Площадью полной поверхности пирамиды называется сумма площадей всех ее граней (т.е. основания и боковых граней)

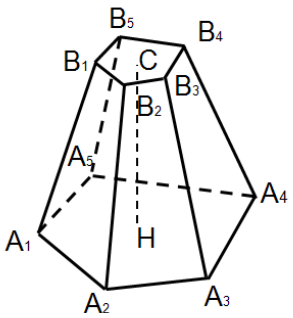
$$S_{полн}=S_{бок}+S_{осн}$$

Теорема: Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему

$$S_{бок}=\frac{1}{2}Pd$$

3. Усеченная пирамида

Определение Усеченной пирамидой называется часть пирамиды, заключенная между ее основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию



$A_1A_2\ A_3A_4A_5$ и $B_1B_2B_3B_4B_5$ - нижнее и верхнее основания усечённой пирамиды
$A_1B_1,\ A_2B_2,\ A_3B_3\ldots$ - боковые ребра усечённой пирамиды
$A_1B_1\ B_2A_2,\ B_2A_2B_3A_3\ldots$ - боковые грани усечённой пирамиды.
CH – перпендикуляр, проведённый из какой-нибудь точки верхнего основания к нижнему основанию – называется высотой усечённой пирамиды

Площадь боковой поверхности усеченной пирамиды – сумма площадей всех ее боковых граней. Обозначают $S_{бок}$.

Площадь полной поверхности усеченной пирамиды – сумма площадей всех ее граней. Обозначают $S_{полн}$.

$$\boxed{S_{полн} = S_{бок} + S_1 + S_2}$$, где S_1 и S_2 – площади оснований.

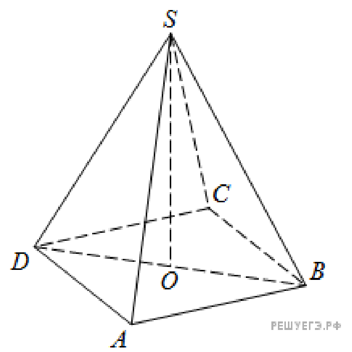
Теорема: Площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды равна половине произведению полусуммы периметров оснований на апофему

$$S_{бок}=\frac{1}{2}(P_1+P_2)d$$

4. Решение задач

Задача № 1

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, SO=12, BD=18. Найдите боковое ребро SB



Дано:
SABCD – пирамида
ABCD – квадрат
точка O – центр основания
SO=12
BD=18
Найти SB

Решение:

В правильной пирамиде вершина проецируется в центр основания, следовательно SO является высотой пирамиды.

Рассмотрим ΔSOB. Он прямоугольный.

По теореме Пифагора:

$SB^2=SO^2+BO^2$

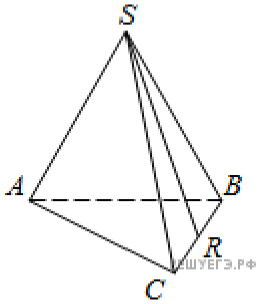
Так как BO=BD:2=18:2=9, то

$$SB=\sqrt{SO^2+BO^2}=\sqrt{144+81}=15.$$

Ответ: 15.

Задача № 2

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ R— середина ребра BC, S — вершина. Известно, что $AB=1$, а $SR=2$. Найдите площадь боковой поверхности.



Дано:
SABC – пирамида
AB=BC=CA
CR=BR
$AB=1$
$SR=2$
Найти $S_{бок}$

Решение:

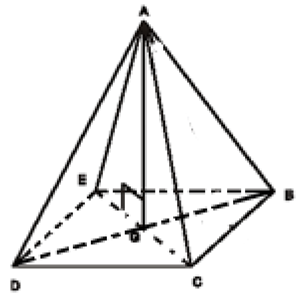
Площадь боковой поверхности правильной треугольной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему:

$$S_{бок}=\frac{1}{2}P_{ABC}\cdot SR=\frac{1}{2}\cdot 3AB\cdot SR=\frac{3}{2}\cdot 2=3.$$

Ответ: 3.

Задача № 3

Основание пирамиды – параллелограмм со сторонами 6 см и 8 см, высота пирамиды – 12 см, а все боковые ребра равны между собой. Найдите длину бокового ребра



Дано:
ABCDE – пирамида
AO=12 см
AC=AB=AE=AD
DC=6 см
CB=8 см
Найти AD

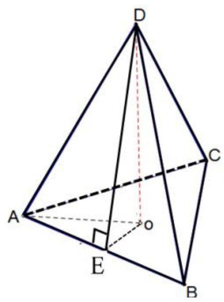
Решение:

AO - высота. AC=AB=AE=AD, то DO=OB=OC=OE, поэтому точка O - центр окружности, описанной около параллелограмма BCDE. Но тогда параллелограмм является параллелограммом, диагонали которого пересекаются в точке O и равны друг другу. Значит, BCDE - прямоугольник.
Из ΔBDC по теореме Пифагора
$DB^2 = DC^2 + CB^2$,
DB=$\sqrt{36+64}$=10 см., следовательно AO= 5 см
AO⊥DBC. ΔAOD - прямоугольный, по теореме Пифагора
$AD^2 = OD^2 + AO^2$,
AD=$\sqrt{25+144}$=13 см.

Ответ: 13.

Задача № 4

Сторона основания правильной треугольной пирамиды 6 см, а боковое ребро 4 см. Найдите высоту пирамиды и апофему.



Дано:
DACB – пирамида
AC=CB=BA=6 см
AD=4 см
Найти DO, DE

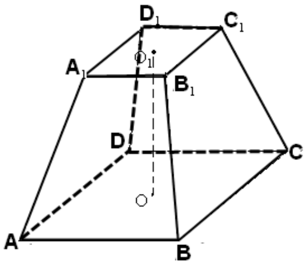
Решение:

Апофема - высота боковой грани правильной пирамиды. Все боковые ребра правильной пирамиды равны друг другу, поэтому высота ED в ΔADB является ее медианой, т.е. AE=BE=3 см.
Рассмотрим ΔADB. Он прямоугольный. По теореме Пифагора
$AD^2 = DE^2 + AE^2$
DE=$\sqrt{AD^2 - AE^2} = \sqrt{16-9} = \sqrt{7}$ см.
Проведем высоту пирамиды DO.
Рассмотрим ΔDOE. Он прямоугольный, так как DO⊥ABC.
По теореме Пифагора найдем DO,
$DO^2 = DE^2 - OE^2$,
Так как ΔABC- правильный, OE- радиус вписанной окружности, OE= $\frac{a\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3}$ см, следовательно DO = $\sqrt{7-3}$=2 см.

Ответ: DE=$\sqrt{7}$ см, DO=2 см

Задача № 5

Стороны оснований правильной усеченной четырехугольной пирамиды равны 2 м и 8 м. Боковое ребро равно 5 м. Найдите высоту пирамиды.

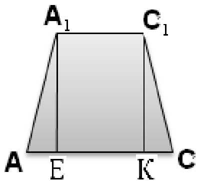


Дано:

$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – усеченная пирамида
$AB=BC=CD=DA=8$ м
$A_1B_1=B_1C_1=C_1D_1=D_1A_1=2$ м
Найти

Решение:

Проведем сечение AA_1C_1 C. Это равнобокая трапеция.



A_1C_1 и AC- диагонали соответственно верхнего и нижнего основания пирамиды.
$A_1C_1=2\sqrt{2}$ см, AC= $8\sqrt{2}$ см (как диагонали квадрата).
Проведем высоты A_1E и C_1K.
$AE=KC=(AC- A_1C_1):2=(8\sqrt{2}-2\sqrt{2}):2=3\sqrt{2}$ см.
ΔAA_1E- прямоугольный, по теореме Пифагора найдем A_1E.
$A_1E=\sqrt{AA_1{}^2 - A_1E^2} = \sqrt{25-18} = \sqrt{7}$ см.

Ответ: $\sqrt{7}$ см

Домашнее задание: проработать конспект по тетради

Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru